*Тема:* **ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ.**

**АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ ТА НАСЛІДКИ З НИХ**

***Вид заняття.*** Інтерактивна лекція

***Мета заняття.***

*Навчальна*

*-* сформувати поняття стереометрії як складової частини геометричної науки, ознайомити студентів із логічною будовою курсу геометрії, як основою майбутньої навчальної діяльності, сформувати уявлення про основні поняття стереометрії;

- вивчити аксіоми стереометрії та основні наслідки з них;

- сформувати вміння застосовувати аксіоми стереометрії та наслідки з них до розв’язування задач.

*Виховна*

* виховувати культуру мовного спілкування в ході бесіди, формувати спецлексику, активну громадянську позицію, навики самостійно приймати рішення; розвивати творчий та естетичний потенціал, просторове, логічне та критичне мислення студентів.

*Розвиваюча -* розвивати у студентів вміння практичної реалізації системи знань в систему вмінь та предметних компетенцій, вміння реалізовувати прикладні зв’язки через систему курсу математики з іншими науками та життєвим досвідом; поглибити внутріпредметні зв’язки курсу дисципліни.

**Міжпредметні зв’язки.**

***Забезпечуючі***. **Геометрія 7 клас**. Т.1. Основні поняття планіметрії. Аксіоми планіметрії.

***Забезпечувані***. **Математика**. Многогранники та тіла обертання

**Вища математика**. Т.3. Аналітична геометрія.

**Креслення** . Розрізи геометричних тіл

**Забезпечення заняття**.

1. Література. М.І. Бурда. , Т.В.Колесник . Математика, 10

О.М. Роганін. Плани – конспекти уроків.

Т.Г.Роєва. Геометрія в таблицях.

О.Я.Біляніна, Г.І.Білянін . Геометрія , 10

1. Наочні посібники. Презентація: ”Аксіоми планіметрії”, “Аксіоми стереометрії і наслідки з них”
2. Роздатковий матеріал.

4.Технічні засоби навчання. Мультимедійний проектор.

***Компетенції.*** Навчальна, стимулювально – мотиваційна.

**Функції:**

**Теоретична:**знати: поняття “аксіома”, “теорема”, “точка”, “пряма”, “площина” , аксіоми стереометрії, наслідки із аксіом стереометрії

**Практична:**вміти: формулювати аксіоми стереометрії, наслідки з них , застосовувати аксіоми стереометрії та наслідки з них до розв’язування задач.

**Хід заняття**

1. **Організаційна частина.(***Метод: психолого-педагогічної підтримки роботи студентів на занятті )3хв*

Викладач з’ясовує присутність студентів на занятті, налаштовує їх на роботу, відповідає на питання студентів, встановлює психолого-педагогічний контакт з групою.

**2. Підготовка до заняття*.****(Метод: інструктування).12 хв*

**2.1. Оголошується тема, мета та завдання заняття.**

**2.1.1Тема заняття: ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ.**

**АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ ТА НАСЛІДКИ З НИХ**

**2.2. План заняття.**

2.2.1.Історичні відомості про стереометрію.

2.2.2. Основні поняття стереометрії. Аксіоми стереометрії.

2.2.3. Наслідки із аксіом стереометрії.

2.2.4. Розв’язування задач практичного змісту на застосування аксіом стереометрії і наслідків із них.

**2.3. Мотивація пізнавальної діяльності студентів.**

*2.3.1.(метод – переконання).*

Сьогодні ми розпочинаємо вивчення геометрії за курс 10-го класу школи. В цьому розділі закладається фундамент для вивчення геометрії в 11-ому класі (наступний розділ геометрії в курсі дисципліни ”Математика”). Всі поняття, які ми вивчимо в цьому розділі допоможуть нам в наступних розділах будувати просторові геометричні тіла, вивчати їх властивості, обчислювати поверхні, об’єми многогранників та тіл обертання. Крім того, здобуті знання та навички допоможуть вам при вивченні дисципліни “Вища математика” на другому курсі в коледжі та у вищих навчальних закладах III-IV рівнів акредитації.

*2.3.2.(реалізація міжпредметних зв’язків- метод логічної градації)*

**Математика.**

**Тема 10.** Многогранники та тіла обертання

**Геометрія.**

Аксіоми планіметрії.

**Креслення.**

Розрізи просторових тіл

**Вища математика**

**Тема 2.** Аналітична геометрія

*2.3.3. Логічна побудова курсу геометрії*

Геометрія – це наука про просторову форму і кількісні характеристики предметів реального світу. Інші характеристика предметів навколишнього середовища вивчають інші науки. Якщо під час вивчення предмету реального світу не враховувати його характеристики, крім просторової форми та кількісних вимірів, то отримаємо абстрактний об’єкт, який називають геометричною фігурою.

Слово “геометрія” грецького походження, що в перекладі на українську мову означає “землемірство”. Шкільний курс геометрії складається з двох частин: планіметрії і стереометрії. Планіметрія- це розділ геометрії, в якому вивчаються фігури на площині. Стереометрія- це розділ геометрії, в якому вивчаються фігури в просторі.

Логічна побудова планіметрії описується такими етапами:

1. Вибір геометричних понять, які називаються основними поняттями
2. Формулювання основних властивостей для цих понять за допомогою тверджень, які вважаються істинними без доведень.
3. Побудова інших понять, які означаються через основні поняття та їх властивості, та тверджень, істинність яких встановлюється за допомогою доведень, опираючись відомі.

Таку побудову науки називаються аксіоматичною. Її назва походить від слова “аксіома”. Це слово грецького походження, що в перекладі українською мовою означає повага, авторитет, незаперечна істина. Аксіома- це твердження, яке приймається істинним без доведення. Основні властивості найпростіших геометричних фігур, які вважаються істинними без доведення і які є вихідними під час доведення інших властивостей, називають аксіомами геометрії. Аксіоматичний підхід в формуванні геометрії як науки використав Евклід. Саме на основі його книги “Начала” ґрунтується вся теорія геометрії. Сьогодні ми про це дізнаємось більш докладно. Бажаю Вам приємного процесу пізнання.

**2.4. Актуалізація опорних знань студентів.***(Метод: гра “Аукціон”)*

1. Що таке планіметрія? Основні поняття планіметрії

*Очікувана відповідь.* Розділ геометрії, в якому вивчаються фігури на площині. Основні поняття планіметрії - точка і пряма.

1. Сформулювати аксіоми належності.

*Очікувана відповідь.*

***I1.*** Яка б не була пряма, існують точки, що їй належать і точки, що їй не належать.

***I2.*** Через будь- які дві точки модна провести пряму і тільки одну

1. Сформулювати аксіоми розміщення.

*Очікувана відповідь.*

***II1.*** З трьох точок на прямій одна і тільки одна лежить між двома іншими.

***II2.*** Пряма розбиває площину на дві півплощини.

1. Сформулювати аксіоми вимірювання.

*Очікувана відповідь.*

***III1.*** Кожний відрізок має певну довжину, більшу від нуля. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь- якою його точкою.

***III2.*** Кожний кут має певну градусну міру більшу від нуля. Розгорнутий кут дорівнює 1800. Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами.

1. Сформулювати аксіоми відкладання

*Очікувана відповідь.*

IV1. Набудь-якій півпрямій від будь-якої її точки можна відкласти відрізок певної довжини і до того ж тільки один.

IV2. Від будь- якої півпрямої в задану півплощину можна відкласти кут заданою градусною мірою, меншою за 1800  і до того ж тільки один.

IV3. Який би не був трикутник, існує трикутник, що дорівнює йому в заданому розміщенні відносно даної пів прямої.

1. Сформулювати аксіому паралельності.

*Очікувана відповідь.*  Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести пряму паралельну даній і до того ж тільки одну.

3. Вивчення нового матеріалу.(*методи – ігровий, пояснювально-ілюстративний, навчальний тренажер, опора на життєвий досвід).*

***3.1.Періоди розвитку геометрії*** *(Метод-розповідь, елементи методу проектів, ілюстрація, питання- відповідь )*

*Геометрія -* одна з найдавніших математичних наук. Свідчення про перші геометричні факти відображено на вавилонських клинописних таблицях, єгипетських папірусах та інших джерелах (VI-III ст. до н. е.).

Назва науки *“геометрія”* – давньогрецького походження. Вона складається з двох давньогрецьких слів: “gео”(гео) - земля і “metreo” (метрео)- вимірюю. У розвитку геометрії можна вказати чотири основні періоди.

*Перший період- зародження геометрії як науки.* Він відбувся в Стародавньому Єгипті, Вавилоні, Греції (приблизно до V ст. до н. е.) . Саме в цей час учені геометри встановили перші загальні закономірності в природі та відтворили їх у залежностях між геометричними величинами. Основною проблемою геометрів того часу було обчислення деяких площ та об’ємів. Логічних обґрунтувань в задачах було дуже мало. В основному геометричні властивості виводилися за практичними спостереженнями, пошуком закономірностей, використання досвіду, тобто емпірично.

*Другий період - формування геометрії в структурну систему.*  У VII ст. до н. е. геометрія була “перенесена” з Єгипту в Грецію. Під час цього періоду геометри працювали над систематизацією накопичених і нових знань, встановлювали зв’язки між геометричними фактами, виробляли прийоми доведень. У розвиток математичної науки , зокрема геометрії, у цей період значний внесок зробили Піфагор, Платон, Арістотель, Фалес, Анаксигор, Демокріт, Евклід. В книзі “Начала” Евкліда сформульовано поняття про фігуру , геометричні твердження та про доведення. Вна є актуальною і до наших днів.

*Третій період – доповнення геометрії новими методами.* Розпочинається цей період в першій половині XVII ст.. Французький математик Рене Декарт увів метод координат. Це було велике досягнення, тріумфом,який зумів пов’язати три науки: геометрію, алгебру і математичний аналіз. Використання методів цих наук в геометрії дало змогу створити нові науки, які були тісно пов’язані з евклідовою геометрією. Це аналітична геометрія, а пізніше – диференціальна геометрія, проективна геометрія, нарисна геометрія. Таки чиом, евклідова геометрія піднялася на якісно новий ступінь порівняно зі стародавньою геометрією. У ній почали розглядатися значно загальніші фігури та використовуватись суттєво новіші методи.

*Четвертий період – створення неевклідової геометрії.* Започаткував його російський учений Микола Іванович Лобачевский. Він у 1826 році вперше за період, що тривав понад 2000 років, відкрив можливості для створення неевклідових геометрій. Ним була побудована зовсім нова, неевклідова геометрія, яку тепер називають геометрією Лобачевського. Також було створено геометрію Рімана (Георг Фрідріх Ріман- німецький учений ), яка знайшла важливе застосування в теорії відносності, механіці та інших.

В курсі загальноосвітньої школи ми вивчаємо геометрію Евкліда. Переклав книгу “Начала” український математик Михайло Єгорович Ващенко – Захарченко (1825-1912) у 1880 році. На основі цієї книжки написано і пишуться різні підручники з геометрії.

Сьогодні геометрія є багатовекторною і такою, що швидко розвивається в різних сукупностях математичних теорій, які вивчають різні простори та їхні фігури. Значний внесок в розвиток геометрії зробили і наші вітчизняні геометри : М.В.Остроградський, О.М. Астряб, О.Д.Александров, А.М.Колмогоров, О.В.Погорєлов та інші.

***3.2.* Основні поняття стереометрії. Аксіоми стереометрії.**( *(Метод пояснювально-ілюстративний,)5хв*

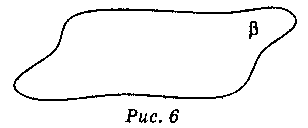
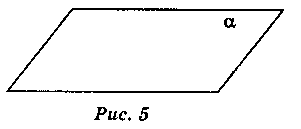
Стереометрія, як розділ геометрії, вивчає властивості фігур в просторі. Оскільки стереометрія є другою частиною геометрії, то вона будується за тим самим принципом, що і планіметрія:

1. Перераховуються основні геометричні поняття, які неможна визначити.
2. Формулюються аксіоми, або система аксіом.
3. На основі геометричних понять визначаються інші геометричні поняття.
4. Доводяться теореми.

Основними поняттями в стереометрії є точка, пряма і площина.

Уявлення про точки і прямі ви маєте з курсу планіметрії. Нагадаємо, що точки позначаються великими латинськими буквами, наприклад, точки А, В, С...; прямі позначаються малими латинськими буквами, наприклад, прямі *а*, *b*, *с*..., або двома великими буквами, наприклад, АВ, ВС, CD...

Матеріальними моделями частини площини є, наприклад, поверхня стола, поверхня віконного скла, поверхня мармурової плити тощо. У геометрії площину мислять необмеженою, ідеально рівною і гладенькою.



Зображають площини у вигляді паралелограма (рис. 5) або у вигляді довільної області (рис. 6),

Позначають площини грецькими буквами, наприклад, α, β , γ... На рис. 5 зображено площину α , на рис. 6 — площину β. Грані многогранників — це частини площин.

Як і будь-яка геометрична фігура, площина складається з точок. Якщо точка А лежить у площині α, говорять, що площина α проходить через точку А, і записують: А  α. Якщо точка А не лежить у площині α, говорять, що площина α не проходить через точку А, і записують: Аα.

Якщо кожна точка прямої *а* лежить у площині α , говорять, що пряма *а* лежить у площині α , або площина α проходить через пряму *а*, і записують: *а*  α. Запис *а*  α означає, що пряма *а* не лежить у площині α.

На прикладі моделі куба можемо проілюструвати основні поняття стереометрії. У нього 8 вершин (точки), 12 ребер (частини прямих) , 6 граней (частини площин). Гранями куба є квадрати- фігури планіметрії.

В стереометрії розглядається більше однієї площини. Простір складається з безлічі прямих, площин і точок. Тому всі аксіоми планіметрії мають місце і в стереометрії. Поява нового об’єкту – площини вимагає доповнення вже існуючої системи аксіом такими, які визначать роль і місце площини в науці. До існуючих 10-ти аксіом планіметрії додається ще три аксіоми стереометрії.

***C1. Яка б не була площина, існують точки, що їй належать і точки, що їй не належать.***

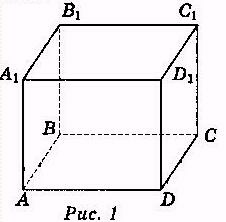
***Завдання на закріплення.***

Користуючись моделлю куба , вкажіть точки, які:

а) не належать передній грані; б) належать верхній грані;

б)належать грані ABCD; г) не належать грані А1В1ВА.

***С2. Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.***

Наочною ілюстрацією цієї аксіоми є перетин двох стін, стіни і підлоги кабінету.

*Завдання на закріплення.*

Користуючись рис. 1, вкажіть:

а) спільні точки верхньої і передньої граней;

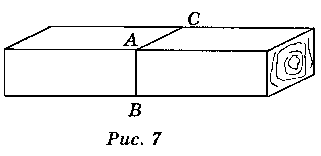
б) пряму перетину площин задньої і нижньої граней;

в) спільні точки площин граней АВВ1А1, і Α1Β1С1D1;

г) пряму перетину площин граней Α1Β1С1D1 і ВВ1С1С.

*Ніяких інструментів, якими можна було б проводити у просторі площини, немає. Тому вираз «можна провести площину» вживається у розумінні «існує площина».*

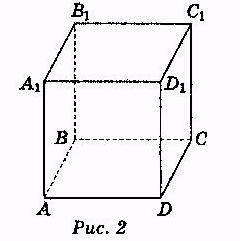
**С3.*Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна провести площину, і до того ж тільки одну.***



*Завдання на закріплення*.

***1.*** Користуючись рис. 1, вкажіть, яку площину визначають прямі:

а) АВ і АD; б) BС і СС1; в)DC і СС1; г)А1В1 і В1А.

***2.*** Користуючись зображенням куба на рис. 2,

доведіть, що можна провести площину через прямі:

а) АС і СС1; б) AD і DC1.

***3.*** Щоб перевірити рівність плоскої поверхні , до неї

Прикладають лінійку в різних напрямках. Край лінійки,

дотикаючись до поверхні у двох точках повинен повністю лежати

на ній. На чому грунтується така перевірка?

***4.*** Столяр за допомогою двох ниток перевіряє, чи лежать кінці чотирьох ніжок стільця в одній площині. Як він це робить?

*Слід зазначити, що в просторі існує безліч площин, і для кожної площини справедливі всі аксіоми і теореми планіметрії. Більш того ознаки рівності і подібності трикутників справедливі і для трикутників, які лежать у різних площинах.*

***Закріплення та осмислення знань студентів***

***Розв'язування вправ***

1. Доведіть, що вершини паралелограма АВСD лежать в одній площині.

2. Дано дві прямі *а* і *b*, через які не можна провести площину. Доведіть, що ці прямі не перетинаються.

3. Доведіть, що дві прямі у просторі не можуть перетинатися більш ніж в одній точці.

4. Чи можуть дві площини мати тільки одну спільну точку?

5. Чи можуть три площини мати тільки одну спільну точку?

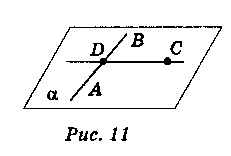
6. Через точку проведено три прямі, які не лежать в одній площині. Скільки різних площин можна провести через ці прямі, беручи їх попарно?

**3.3.Наслідки із аксіом стереометрії***(Методи: пояснення, ілюстрації, прикладне застосування )25хв*

***Теорема 1.* Через пряму і точку, яка не належить їй, можна провести площину, і до того ж тільки одну.**

Нехай АВ – дана пряма і С – точка, яка їй не належить (рис. 11).

Доведення (існування площини)



|  |  |
| --- | --- |
| Твердження | Аргумент |
| Візьмемо точку D, яка лежить на прямій АВ | І |
| Через точки D і С проведемо пряму DC | І |
| Через прямі АВ і DC проведемо площину α | С3 |

Доведення (єдиність площини)

Доведемо від супротивного. Припустимо, що існує дві площини α і β , які проходять через пряму АВ і, точку С. За аксіомою С2 площини α і β перетинаються по прямій, якій належать А, В, С, що суперечить умові. Отже, площина, яка проходить через пряму і точку, що не належить прямій, єдина.

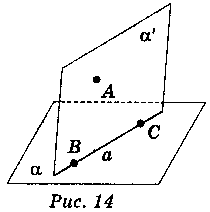
***Теорема 2.* Якщо дві точки прямої належать площині , то і вся пряма належить цій площині**

Дано: В α, С α (рис. 12).

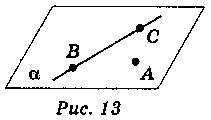
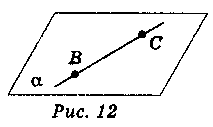
Довести: ВСα.

Доведення

Візьмемо точку А, яка не лежить на прямій ВС (згідно з аксіомою І). Через пряму ВС і точку А проведемо площину α`.



Якщо площини α і α` збігаються, то площина α містить пряму ВС (рис. 13).



Якщо площини α і α` різні, то вони перетинаються по прямій *а*, яка містить точки В і С (рис. 14). За аксіомою І прямі *а* і ВС збігаються, отже, пряма ВС лежить в площині α.

**Виконання вправ**

1. Доведіть, якщо вершини трикутника АВС належать деякій площині α, то трикутник АВС лежить в цій площині.
2. Доведіть, що чотирикутник АВСD лежить в одній площині, якщо його діагоналі АС і BD перетинаються.
3. Доведіть, що чотирикутник ABCD – плоский, якщо продовження двох протилежних сторін АВ і CD перетинаються.
4. Як перевірити якість виготовлення лінійки за допомогою добре відшліфованої плити?

***Теорема 3.* Через три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.**

1.Три точки в просторі розміщені так, що через них можна провести не менше100 площин. Що можна сказати про розміщення цих точок?

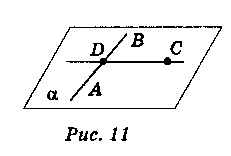
2.Рівно о 12 годині з навчального полігону було запущено три ракети. О котрій годині центри мас цих ракет будуть знаходитися в одній площині?

3.Щоб надати більшої стійкості вимірювальним приладам, їх часто встановлюють на триногах.На якому теоретичному факті базуються такі дії?

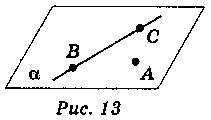
**4.Узагальнення та систематизація знань та навиків студентів***.( Метод: колективна робота під керівництвом викладача)10хв*

Досить часто при доведенні теорем стереометрії, розв’язуванні задач необхідно вміти проводити площини, причому бути впевненим в тому, що це можливо єдиними чином. Для цього необхідно вказати законні підстави для проведення площини - аксіоми або теореми, за якими це можна зробити. Сьогодні на уроці ми формулювали декілька теоретичних фактів, які дозволяють проведення площин в просторі. Давайте нагадаємо ці випадки.

1. ***Дві прямі, що мають спільну точку визначають площину і тільки одну.***



1. ***Пряма і точка поза нею визначають площину і тільки одну.***



1. ***Три точки , що не лежать на одній прямій визначають площину і тільки одну.***

**А В**

**ССс С**

**ВВВВ С**

**5.Підведення підсумків заняття***.( рефлексія)5хв*

*Студентам пропонується закінчити речення*

1. Сьогодні я узнала…
2. Було цікаво…
3. Було важко…
4. Я зрозуміла, що…
5. Тепер я можу…
6. Я навчилась…
7. У мене вийшло…
8. Я змогла….
9. Мене здивувало…
10. Урок дав мені для життя…

Викладач підводить підсумки заняття, відмічає роботу студентів, коментує отримані на занятті оцінки.

**6. Домашнє завдання.** Вивчити конспект заняття.

Задача №1. Довести, що всі сторони трапеції лежать в одній площині.

Задача №2. Дано чотири точки, кожні три з яких не лежать на одній прямій. Скільки різних площин можна провести через ці точки?